

Übungen zum Mathematik-Abitur

Analysis 2

Gegeben ist eine Funktionenschar $f_t(x) = \frac{t \cdot e^x}{t + e^x} \quad x \in \mathbb{R}, t > 0$

- 1) Bestimmen Sie für allgemeines t die Asymptoten, den Wendepunkt W_t des Graphen und die Gleichung der Wendetangenten w_t .
Zeigen Sie, dass der Graph streng monoton zunimmt.
- 2) Zeichnen Sie für $t=4$ den Graphen von f_4 im Bereich $-3 \leq x \leq 6$.
- 3) Bestimmen Sie die Gleichung der Ortskurve der Wendepunkte W_t .
Zeigen Sie, dass der Graph von f_t punktsymmetrisch zu W_t ist.
- 4) Für welche Werte von t schneidet die Wendetangente w_t die positive y -Achse?
In diesem Fall entstehen zwischen dem Graphen von w_t , der positiven y -Achse und der jeweiligen Asymptoten von f_t zwei Dreiecke. Für welchen Wert von t haben die beiden Dreiecke den gleichen Flächeninhalt? Für welchen Wert von t ist der Flächeninhalt des oberen Dreiecks doppelt so groß wie der des unteren?
- 5) Gegeben ist die Integralfunktion I_t durch:
$$I_t(x) = \int_0^x f_t(u) du \quad x \in \mathbb{R}, t > 0$$

Berechnen Sie $I_t(2 \cdot \ln t)$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty} I_t(x)$.
- 6) Für welche Werte von t schneiden die Graphen von f_t die Gerade $y=2$?
In welchem Bereich liegen die x -Koordinaten der Schnittpunkte?
Für welche Werte von t sind die x -Koordinaten größer als $\ln 6$?
- 7) Bestimmen Sie die Gleichung der Umkehrfunktion zu f_t und bestimmen Sie deren Definitionsbereich.
- 8) Wie ändert sich der Definitionsbereich von f_t , falls der Parameter t nur negative Zahlen annehmen darf?
Zeichnen Sie für $t=-2$ den Graphen von f_{-2} im Bereich $-3 \leq x \leq 6$.
Entnehmen Sie diesem Graphen Ihre Vermutung zum Wertebereich von f_t für negative Parameter t .