

Übungen zum Mathematik-Abitur

Analysis 7

Gegeben sind die Funktionenscharen $f_t(x) = (t - e^x) \cdot e^x$ und $g_k(x) = k \cdot e^x$

- 1) Führen Sie für allgemeines t eine Kurvendiskussion für f_t durch. Bestimmen Sie die Ortskurven der Extrem- und Wendepunkte, falls welche existieren. Überprüfen Sie für $n \in \mathbf{N}$ die Gültigkeit der Ableitungsformel:

$$f_t^{(n)}(x) = (t - 2^n \cdot e^x) \cdot e^x$$

- 2) Zeichnen Sie für $t=4$ und für $k=1$ die Graphen von f_4 und g_1 in ein gemeinsames Koordinatensystem. ($-4 \leq x \leq 1,5$)

- 3) Für welche Werte von t

a) liegt der Punkt $A(0|2)$ auf dem Graphen von f_t ,

b) ist $x_e = 5$ eine Extremwertstelle von f_t ,

c) besitzt f_t den Extremwert 9,

d) ist der Unterschied zwischen Extremwert- und Wendestelle genau $\ln 2$?

- 4) Berechnen Sie den Inhalt der bis ins Unendliche reichenden Fläche, die vom Graphen von f_t und der x -Achse eingeschlossen wird. ($t > 0$)

- 5) Für $t = e$ wird vom Punkt $A(0|e^2)$ aus die Tangente an den Graphen von f_e gezeichnet. Zeigen Sie, dass die Berührstelle bei $x_0 = 1$ liegt.

- 6) Zeigen Sie, dass sich für $0 < k < 3$ und für $t = 4$ die Graphen der Funktionen g_k und f_4 in einem Punkt P_k schneiden, der im ersten Quadranten liegt.

Der Graph von g_k schließt dann mit den Koordinatenachsen und der Parallelen zur y -Achse durch P_k eine Fläche mit Inhalt $F(k)$ ein.

Für welchen Wert von k wird dieser Inhalt maximal?

- 7) Für $t = 4$ und $k = 1$ schneiden sich die Graphen von f_4 und g_1 in einem Punkt P_1 . Der Graph von f_4 schließt mit den Koordinatenachsen und der Parallelen zur y -Achse durch P_1 im ersten Quadranten eine Fläche ein. Berechnen Sie deren Inhalt.

In welchem Verhältnis teilt der Graph von g_1 diese Fläche?