

A5 - Lösungsskizzen

$$1) f_t(x) = t \cdot [\ln(x+t)]^2, \quad f_t'(x) = 2t \cdot \frac{\ln(x+t)}{x+t}$$

$$f_t''(x) = 2t \cdot \frac{\frac{1}{x+t} - \ln(x+t) \cdot \frac{1}{(x+t)^2}}{(x+t)^2} = 2t \cdot \frac{1 - \ln(x+t)}{(x+t)^2}$$

x_0 : Schnittpunkt mit x-Achse (Nullstelle) nach u. hin: $f_t(x_0) = 0 \Rightarrow$

$$\ln(x_0+t) = 0 \mid e^{\quad} \Rightarrow x_0+t=1 \Rightarrow x_0=1-t$$

$$y_0$$
: Schnittpunkt mit y-Achse $x=0 \Rightarrow y_0 = t \cdot (\ln t)^2$

Extremwert bei x_0 prüfen: $f_t'(x_0) = 0 \Rightarrow \ln(x_0+t) = 0 \Rightarrow x_0 = 1-t: x_0, y_0 \in \mathbb{C}$

Prüfung: $f_t''(x_0) \neq 0$ $f_t''(1-t) = 2t \cdot \frac{1 - \ln 1}{1-t} = 2t > 0$ ($da t > 0$) $\Rightarrow$ Minimum $f_t(1-t) = 0$

Wertepunkt bei x_W prüfen: $f_t'(x_W) = 0 \Rightarrow 1 - \ln(x_W+t) = 0 \mid + \ln(x_W+t)$

$$\Rightarrow \ln(x_W+t) = 1 \mid e^{\quad} \Rightarrow x_W+t=e \Rightarrow x_W=e-t, y_W = t \cdot (\ln e)^2 = t$$

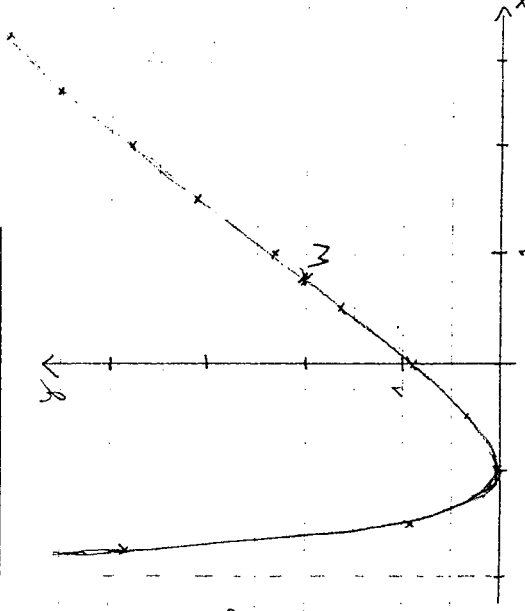
Asymptoten: senkrecht am Rand des Def. Bereichs $x = -t$

$$W_t: f_t'(e-t) = 2t \cdot \frac{\ln e}{e-t} = \frac{2t}{e-t} \Rightarrow y-t = \frac{2t}{e-t} \cdot e - 2t + \frac{2t^2}{e}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2t}{e} \cdot x - t + \frac{2t^2}{e} \Rightarrow y = \frac{2t}{e}x + \frac{2t^2 - et}{e}$$

$$2) f_2(x) = 2 [\ln(x+2)]^2$$

x	-1,75	-1,5	-1	-0,5	0
$f_2(x)$	3,84	0,96	0	0,96	0,96
x	1	1,5	2	2,5	3
$f_2(x)$	1,68	2,41	3,14	3,84	4,52



$$3) \frac{y-t}{x-(e-t)} = \frac{0-t}{(1-t)-(e-t)} = \frac{-t}{1-e-e-1} = \frac{t}{2e-2} \Rightarrow y = \frac{t}{2e-2}x - \frac{t(e-t)}{2e-2} + t$$

$$f_t: \frac{y-0}{x-(1-t)} = \frac{1-e}{t} \Rightarrow y = \frac{1-e}{t}x - \frac{(1-t)(1-e)}{t}$$

A5 - Lösungsskizzen - 2

$$3) a) g_t \cap A = \{G_t\} \quad x_G = -t \quad y_G = \frac{t}{e-1} \cdot (-t) - \frac{e-t-t^2}{e-1} + \frac{t(e-1)}{e-1}$$

$$y_G = \frac{-t^2 - et + t^2 + et - t}{e-1} = -\frac{t}{e-1} \quad G_t(-t | -\frac{t}{e-1})$$

$$h_t \cap A = \{H_t\} \quad x_H = -t \quad y_H = \frac{1-e}{e-1} \cdot (-t) - \frac{1-e-t-t^2}{e-1} + \frac{t}{e-1}$$

$$y_H = \frac{-t + et - 1 + e + t - et}{e-1} = \frac{e-1-t}{e-1} = \frac{t}{e-1} \quad H_t(-t | \frac{e-1-t}{e-1})$$

$$b) x = -t \quad (da t > 0 \Rightarrow x < 0) \Rightarrow t = -x$$

$$y = \frac{e-1}{t} = \frac{e-1}{-x} = -\frac{e-1}{x} \Rightarrow y = -\frac{e-1}{x} \quad \text{und } x < 0$$

$$c) d(t) = y_H - y_G = \frac{e-1}{t} + \frac{t}{e-1}$$

$$d'(t) = -\frac{e-1}{t^2} + \frac{1}{e-1} \quad d''(t) = 2 \frac{e-1}{t^3}$$

Extremwert bei t_e prüfen: $d'(t_e) = 0 \Rightarrow -\frac{e-1}{t_e^2} + \frac{1}{e-1} = 0$

$$\Rightarrow \frac{e-1}{t_e^2} = \frac{1}{e-1} \Rightarrow t_e^2 = (e-1)^2 \Rightarrow t_e = e-1 \quad (t_e = 1-e \notin \mathbb{D}_t)$$

Prüfung: $d''(t_e) \neq 0$ $2 \frac{e-1}{(e-1)^3} = \frac{2}{(e-1)^2} > 0 \Rightarrow$ Minimum bei t_e

$$d(e-1) = 2 \frac{e-1}{e-1} = 2$$

$$d(t) = \sqrt{(x_W - x_G)^2 + (y_W - y_G)^2} = \sqrt{(e-t - (-t))^2 + t^2} = \sqrt{(2e-t)^2 + t^2} = 5 \quad (t = 2e-2 \Rightarrow t = 2e-2t \Rightarrow t = \frac{2}{3}e)$$

$$b) y_W = 2 \cdot x_W \Rightarrow t = 2(e-t) \Rightarrow t = 2e-2t \Rightarrow t = \frac{2}{3}e$$

c) $x_0 = x_p = 1 \Rightarrow 1-t - (-t) = 1 \Rightarrow 1=1$ gültig für alle $t \in \mathbb{D}_t$

$$d) f_t(1) = t \Rightarrow t \cdot (\ln t)^2 = t \Rightarrow (\ln t)^2 = 1 \Rightarrow |\ln t| = 1$$

$\Rightarrow \ln t = 1$ d.h. $t = e$ oder $\ln t = -1$ d.h. $t = \frac{1}{e}$

$$5) a) 0(0) \in W_t \Rightarrow \frac{2t^2 - et}{e} = 0 \Rightarrow t(2t-e) = 0 \Rightarrow (t_1=0 \notin \mathbb{D}_t)$$

$$t_2 = \frac{e}{2}$$

$$b) F(t) = \frac{1}{2} g_t \quad g = |x - A| \text{ Abstand zum Punkt } A \mid y - A \text{ Abstand zum Punkt } A$$

$$h = \sqrt{\frac{2t^2 - et}{e}}$$

$$\text{Nullstelle } x_0: 0 = \frac{2t}{e} x_0 + \frac{2t^2 - et}{e} \mid \cdot e: -2tx_0 + (-2t)$$

$$x_0 = \frac{2t^2 - et}{-2t} \Rightarrow g = \sqrt{\frac{2t^2 - et}{2t}}$$

$$F(t) = \frac{1}{4et} \cdot (2t^2 - et)^2$$