

SA - Lösungsskizzen

1) Formalisierung der Ereignisse durch

F_i : Falle i tritt auf ($i=1,2$), F_i unabhängig, $P(F_i) = 0,05$

a) $E_a = F_1 \cap F_2 \Rightarrow P(E_a) = P(F_1) \cdot P(F_2) = 0,001$
 (Multiplikationsatz für unabh. Ereignisse)

b) $E_b = F_1 \cup F_2 \Rightarrow P(E_b) = P(F_1) + P(F_2) - P(F_1 \cap F_2) = 0,05 + 0,05 - 0,001 = 0,099$

c) $E_c = (F_1 \cap \bar{F}_2) \cup (\bar{F}_1 \cap F_2)$ zwei unvereinbare Teilereignisse nach OA

vereinfaßten Additionssatz: $P(E_c) = P(F_1 \cap \bar{F}_2) + P(\bar{F}_1 \cap F_2)$

$\Rightarrow P(E_c) = P(F_1) \cdot P(\bar{F}_2) + P(\bar{F}_1) \cdot P(F_2) = 0,05 \cdot 0,95 + 0,95 \cdot 0,05 = 0,098$

d) $E_d = \bar{F}_1 \cap \bar{F}_2 \Rightarrow P(E_d) = P(\bar{F}_1) \cdot P(\bar{F}_2) = 0,931$

2) geg: $P(F_3 \cap F_4) = 0,03$, $P(\bar{F}_3 \cap F_4) = 0,04$, $P(F_3 \cap F_4) = 0,01$

$\Rightarrow P(\bar{F}_3 \cap \bar{F}_4) = 0,92$

Kern aufg: F_4 0,04 0,04 0,05 = $P(F_4)$

Diagramm $\bar{F}_4$ 0,03 0,02 0,95 = $P(\bar{F}_4)$

(Vierfeldertafel) $0,04 \cdot 0,96$
 $P(F_3) = P(\bar{F}_3)$

$P(F_3) \cdot P(F_4) = 0,002 \neq P(F_3 \cap F_4)$

$\Rightarrow F_3$ und F_4 sind abhängig voneinander

3) a) X: Anzahl defekter Geräte $W_X = \{0,1,2,3\}$ $P(X) = \frac{1}{2^3}$

Formalisierung: C_i : i-te Standung ist defekt ($i=1,2,3$)

$(X=0) = \bar{C}_1 \cap \bar{C}_2 \cap \bar{C}_3$, $P(X=0) = \left(\frac{3}{0}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$(X=1) = (C_1 \cap \bar{C}_2 \cap \bar{C}_3) \cup (\bar{C}_1 \cap C_2 \cap \bar{C}_3) \cup (\bar{C}_1 \cap \bar{C}_2 \cap C_3)$

$P(X=1) = \left(\frac{3}{1}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$(X=2) = (C_1 \cap C_2 \cap \bar{C}_3) \cup (C_1 \cap \bar{C}_2 \cap C_3) \cup (\bar{C}_1 \cap C_2 \cap C_3)$

$P(X=2) = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^1$

$(X=3) = C_1 \cap C_2 \cap C_3$, $P(X=3) = \left(\frac{3}{3}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^0$

W_X 0 1 2 3

$P(X=x_i)$ 6859 1083 57 1

8000 8000 8000 8000

2) Fehler

a) F: Fehler bei Kontrolle: $P(C) = P[(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})] = P(A) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,0115$

b) H: Gerät kommt in Handel: $P(H) = P[(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})] = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,9425$

X: Anzahl der Geräte, die in Handel kommen: $E(X) = 10.000 \cdot P(H) = 9425$

SA - Lösungsskizzen - 2

3b) X: Anzahl defekter Geräte; X ist $B_{20, \frac{1}{20}}$ - verteilt

$P(X \leq 2) = \binom{20}{0} \left(\frac{1}{20}\right)^0 \left(\frac{19}{20}\right)^{20} + \binom{20}{1} \left(\frac{1}{20}\right)^1 \left(\frac{19}{20}\right)^{19} + \binom{20}{2} \left(\frac{1}{20}\right)^2 \left(\frac{19}{20}\right)^{18}$

$\approx 0,3585 + 0,3724 + 0,1887 = 0,9245$

$\approx 0,9245$ [aus Tabelle der Verteilungsfunktion]

c) X: Anzahl defekter Geräte; X ist $B_{100, \frac{1}{20}}$ - verteilt

geg: $P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - \sum_{k=0}^{10} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{20}\right)^k \left(\frac{19}{20}\right)^{100-k}$

(aus Tabelle) $\approx 1 - 0,9885 = 0,0115$

d) X: Anzahl defekter Geräte bei 1. Stichprobe

Y: " " " 2. " "

X, Y nicht genau $B_{10, \frac{1}{20}}$ - verteilt

A: Lieferung wird angenommen

$A = \{(X=0) \cap [(Y=0) \cup (Y=1) \cup (Y=2)]\}$

$\cup \{(X=1) \cap [(Y=0) \cup (Y=1)]\}$

$P(A) = \binom{10}{0} \left(\frac{1}{20}\right)^0 \left(\frac{19}{20}\right)^{10} \cdot \left[\binom{10}{0} \left(\frac{1}{20}\right)^0 \left(\frac{19}{20}\right)^{10} + \binom{10}{1} \left(\frac{1}{20}\right)^1 \left(\frac{19}{20}\right)^9 + \binom{10}{2} \left(\frac{1}{20}\right)^2 \left(\frac{19}{20}\right)^8 \right]$

$+ \binom{10}{1} \left(\frac{1}{20}\right)^1 \left(\frac{19}{20}\right)^9 \cdot \left[\binom{10}{0} \left(\frac{1}{20}\right)^0 \left(\frac{19}{20}\right)^{10} + \binom{10}{1} \left(\frac{1}{20}\right)^1 \left(\frac{19}{20}\right)^9 \right]$

$= 0,5987 \cdot (0,5987 + 0,3151 + 0,0746)$

$+ 0,3151 \cdot (0,5987 + 0,3151) \approx 0,8797$

4) Zweifelhafte Zufallsversuche pariment A: Gerät ist in Ordnung

WV-Baum: $0,015 \rightarrow A \rightarrow 0,995 \rightarrow A \cap B$ [Gerät wird fälschlicherweise ausgesondert] 1. Fehler

$0,015 \rightarrow \bar{A} \rightarrow 0,985 \rightarrow \bar{A} \cap B$ [Gerät wird zweifelt ausgesondert]

$0,015 \rightarrow \bar{A} \rightarrow 0,015 \rightarrow \bar{A} \cap \bar{B}$ [Gerät kommt fälschlicherweise in Handel] 2. Fehler

a) F: Fehler bei Kontrolle: $P(C) = P[(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})] = P(A) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,0115$

b) H: Gerät kommt in Handel: $P(H) = P[(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})] = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,9425$

X: Anzahl der Geräte, die in Handel kommen: $E(X) = 10.000 \cdot P(H) = 9425$