

S2 - Lösungsskizzen - 3

50)

- (1) $H_0: p \leq 0,5$ $H_1: p > 0,5$ (rechtsseitiger Test)
- (2) wähl. $\alpha = 5\%$ $n = 10$
- (3) X: Anzahl Würfel unter 10 Würfeln
- (4) X ist im Exponentialmodell $B_{10, \frac{1}{2}}$ - verteilt (Bin. H. wähl.)
- (5) K: Bestimmung minimaler X_{gr} so dass $P(X \leq X_{gr} - 1) \leq 0,05 \Rightarrow P(X \leq X_{gr} - 1) \geq 0,95$
 Tabelle: $P(X \leq 7) = 0,9453$
 $P(X \leq 8) = 0,9893 \Rightarrow X_{gr} - 1 = 8 \Rightarrow X_{gr} = 9$
 $K = \{9, 10\}$
- (6) $9 \in K \Rightarrow H_0$ wird abgelehnt (Falsch: Wirklich S_0)

- 6) a) X: "Anzahl Würfeln die n Einsen" ist $B_{n, \frac{1}{6}}$ - verteilt
 $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) > 0,999$
 $1 - \binom{n}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^n > 0,999 \Rightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n < 0,001$ $| \ln \Rightarrow n \cdot \ln \frac{5}{6} < \ln 0,001$
 $| \ln \frac{5}{6} < 0 \Rightarrow n > \frac{\ln 0,001}{\ln \frac{5}{6}} \approx 13,52 \Rightarrow n = 14$
 Man muß mindestens 14 Einsen auswerfen lassen
- b) Y: "Anzahl Würfeln die n Einsen" ist $B_{n, \frac{1}{6}}$ - verteilt
 $P(Y \geq 2) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1) > 0,999$
 $1 - \binom{n}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^n - n \cdot \binom{n}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} > 0,999 \Rightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} \cdot \left[\frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot n\right] < 0,001$
 systematisches Probieren: $n = 18: \left(\frac{5}{6}\right)^{17} \cdot \left[\frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot 18\right] \approx 0,00132 > 0,001$
 $n = 19: \left(\frac{5}{6}\right)^{18} \cdot \left[\frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot 19\right] = 0,000833 < 0,001$
 $\Rightarrow$ Man muß mindestens 19 Einsen auswerfen

S2 - Lösungsskizzen - 2

- 4) Darstellung als geometrische 2 (3)-tupel Codierung 0 & 1 Würfeln
 $A = \{(0,1), (1,0)\}$, $P(A) = \frac{2}{4}$, $B = \{(1,1), (0,1)\}$, $P(B) = \frac{2}{4}$
 $A \cap B = \{(0,1), (1,0)\}$ $P(A \cap B) = \frac{2}{4} \neq P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{8} \Rightarrow A, B$ abhängig
- b) $A = \{(0,0), (0,1), (1,0), (1,1)\}$, $P(A) = \frac{4}{8}$
 $B = \{(1,1), (0,1), (1,0), (1,1)\}$, $P(B) = \frac{4}{8}$
 $A \cap B = \{(0,1), (1,0)\}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{8} = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow A, B$ unabhängig

- 1) a) $H_0: p = \frac{1}{2}$ (zweiseitiger Test). Könnten weniger oder mehr Würfeln, besser:
 $(1) H_0: p \leq \frac{1}{2}$ $H_1: p > \frac{1}{2}$ rechtsseitiger Test
- (2) $n = 10$ $\alpha = 20\%$ (Bin. H.) bzw. $\alpha = 5\%$ (Bin. b)
- (3) X: Anzahl Würfeln unter 10 gestellten Würfeln
 X ist im Exponentialmodell $B_{10, \frac{1}{2}}$ - verteilt, falls H_0 zutrifft
- a) $P(X \geq 9) = 1 - P(X \leq 8) = 1 - 0,9893 = 0,0107$
- b) (4) K: Bestimmung kleiner X_{gr} so dass $P(X \leq X_{gr}) \leq 0,05$, $P(X \leq X_{gr}) \cdot 1 - P(X \leq X_{gr} - 1)$
 $\Rightarrow P(X \leq X_{gr} - 1) \geq 0,95$ Tabelle: $P(X \leq 7) = 0,9453$, $P(X \leq 8) = 0,9893$
 $\Rightarrow X_{gr} - 1 = 8 \Rightarrow X_{gr} = 9$
 $K = \{9, 10\}$