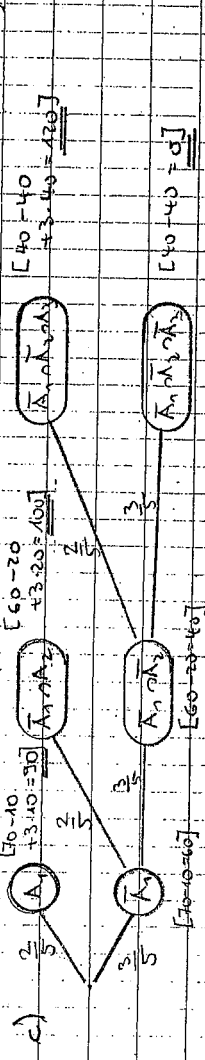


83 - Lösungsskizzen

1) Formalisierung: A_i : Ereignis Gewinn i im Spiel ($i=1,2,3$) (unabh.)



8 von 20 Zahlen sind Gewinnzettel $\Rightarrow P(\text{Gewinn}) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

a) X : DM - Betrag, den Spieler bei der Bude

$(X=0) = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap A_3 \Rightarrow P(X=0) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(A_3) = (\frac{3}{5})^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{18}{125}$

$(X=30) = A_1 \Rightarrow P(X=30) = P(A_1) = \frac{2}{5} = \frac{50}{125}$

$(X=40) = \overline{A_1} \cap A_2 \Rightarrow P(X=40) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25} = \frac{30}{125}$

$(X=120) = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap A_3 \Rightarrow P(X=120) = (\frac{3}{5})^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{18}{125}$

b) X : $\begin{matrix} 0 & 30 & 40 & 120 \\ \frac{18}{125} & \frac{50}{125} & \frac{30}{125} & \frac{18}{125} \end{matrix}$

$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X=x_i) = \frac{90 \cdot 50 + 120 \cdot 18}{125} = \frac{960}{125} = \frac{192}{25} = 7.68$

$V(X) = E(X^2) - \mu_X^2 = \frac{90^2 \cdot 18 + 120^2 \cdot 18}{125} - (\frac{960}{125})^2 = \frac{1088376}{625} = 1741.8048$

2) X : Anzahl Gewinne ist $B_{10; \frac{2}{5}}$ - verteilt

a) $E(X) = n \cdot p = 10 \cdot \frac{2}{5} = 4$

b) $P(X \leq 3) = \sum_{k=0}^3 P(X=k) = \binom{10}{0} (\frac{2}{5})^0 (\frac{3}{5})^{10} + \binom{10}{1} (\frac{2}{5})^1 (\frac{3}{5})^9 + \binom{10}{2} (\frac{2}{5})^2 (\frac{3}{5})^8 + \binom{10}{3} (\frac{2}{5})^3 (\frac{3}{5})^7$

$\approx 0.0060 + 0.0403 + 0.1208 + 0.2150 = 0.3822$

b2) $P(X=4) = \binom{10}{4} (\frac{2}{5})^4 (\frac{3}{5})^6 \approx 0.2508$

b3) $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5) \approx 1 - 0.8338 = 0.1662$

c) Y : Gewinn von DM, $Y = 30 \cdot X \Rightarrow E(Y) = 30 \cdot E(X) = 120$

83 - Lösungsskizzen - 2

(1) $H_0: p = \frac{2}{5}, H_1: p \neq \frac{2}{5}$ (zweiseitiger Test)

(2) $n = 100, \alpha = 3\%$

(3) X : Anzahl Gewinnzettel bei 100 Versuchen

$X \sim B_{100; \frac{2}{5}}$ - verteilt (bei wahren H_0)

(4) K

K_1 : Bestimme maximales x_{gr} , so dass $P(X \leq x_{gr}) \leq 0.015$

Tabelle: $P(X \leq 29) = 0.0148 \Rightarrow x_{gr} = 29, K_1 = \{0, \dots, 29\}$

$P(X \leq 30) = 0.0248$

K_2 : Bestimme minimales x_{gr} , so dass $P(X \geq x_{gr}) \leq 0.015$

$P(X \geq x_{gr}) = 1 - P(X \leq x_{gr} - 1) \leq 0.015 \Rightarrow P(X \leq x_{gr} - 1) \geq 0.985$

Tabelle: $P(X \leq 50) = 0.9832 \Rightarrow x_{gr} - 1 = 51 \Rightarrow x_{gr} = 52$

$P(X \leq 51) = 0.9900 \Rightarrow x_{gr} = 52, \dots, 100\}$

$K = \{0, \dots, 29\} \cup \{52, \dots, 100\}$

(5) $35 \notin K$ H_0 kann nicht abgelehnt werden (bei Fehler - Rate von 3%)

ODER

(1) $H_0: p \geq \frac{2}{5}, H_1: p < \frac{2}{5}$ (linksschiefer Test)

(2) $n = 100, \alpha = 3\%$

(3) X : Anzahl Gewinnzettel bei 100 Versuchen

$X \sim B_{100; \frac{2}{5}}$ - verteilt (bei wahren H_0)

(4) K : Bestimme maximales x_{gr} , so dass $P(X \leq x_{gr}) \leq 0.03$

Tabelle: $P(X \leq 30) = 0.0248 \Rightarrow x_{gr} = 30$

$P(X \leq 31) = 0.0398$

$K = \{0, \dots, 30\}$

(5) $35 \notin K$ H_0 kann nicht abgelehnt werden (bei Fehler - Rate von 3%)