

SS - Lösungsskizzen

1) B_i : i-ter Bestandteil arbeitet einwandfrei (i=1,2,3) (unabh.) $P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = 0,98$
 $A = B_1 \cap B_2 \cap B_3 \Rightarrow P(A) = P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot P(B_3) \approx 0,951$
 $B = (\bar{B}_1 \cap B_2 \cap B_3) \cup (B_1 \cap \bar{B}_2 \cap B_3) \cup (B_1 \cap B_2 \cap \bar{B}_3)$ 3 unvereinbare Teilergebnisse
 $\Rightarrow P(B) = 0,02 \cdot 0,98 \cdot 0,98 + 0,98 \cdot 0,02 \cdot 0,98 + 0,98 \cdot 0,98 \cdot 0,02 \approx 0,048$

$C = \bar{B}_1 \cap \bar{B}_2 \Rightarrow P(C) = P(\bar{B}_1) \cdot P(\bar{B}_2) = 0,02 \cdot 0,02 = 0,0004$
 $D = B_1 \cup B_2 \Rightarrow P(D) = P(B_1) + P(B_2) - P(B_1 \cap B_2) = 0,99996$
 $E = A \cup B$ (4 unvereinbare Teilergebnisse) $P(E) = P(A) + P(B) \approx 0,9999$

2) Mit dem in 1) definierten Ereignissen:
 $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} \approx 0,978$ (da $B \subset A$ gilt $A \cap B = B$)
 dies ist das WK, dass bei einem defekten Recorder genau ein Teil defekt.
 $\Rightarrow$ Das WK, dass mehr als ein Teil defekt $\approx 0,022$

3) X: Anzahl einwandfreier unter 3 geprüften Recorders, $\{W_X = 0, 1, 2, 3\}$
 X ist B_1, B_2, B_3 - Verteilung $p = \frac{1}{50}$ $q = \frac{49}{50}$
 $P(X=0) = \binom{3}{0} \left(\frac{49}{50}\right)^0 \left(\frac{1}{50}\right)^3 = \frac{1}{125.000}$ für $x=0$
 $P(X=1) = \binom{3}{1} \left(\frac{49}{50}\right)^1 \left(\frac{1}{50}\right)^2 = \frac{147}{125.000}$ für $x=1$
 $P(X=2) = \binom{3}{2} \left(\frac{49}{50}\right)^2 \left(\frac{1}{50}\right)^1 = \frac{7354}{125.000}$ für $x=2$
 $P(X=3) = \binom{3}{3} \left(\frac{49}{50}\right)^3 \left(\frac{1}{50}\right)^0 = \frac{117.649}{125.000}$ für $x=3$
 $E(X) = n \cdot p = 3 \cdot \frac{1}{50} = \frac{3}{50} = 0,06$ $V(X) = n \cdot p \cdot q = 3 \cdot \frac{1}{50} \cdot \frac{49}{50} = \frac{147}{2500} = 0,0588$

4) X: Anzahl einwandfreier unter n geprüften Recorders
 X ist B_1, B_2, B_3 Bestimme möglichst kleines n mit $P(X \geq 1) > 0,9999$
 $1 - P(X=0) > 0,9999 \Rightarrow P(X=0) < 0,0001 \Rightarrow \left(\frac{1}{50}\right)^n < 0,0001$
 $n \cdot \ln \frac{1}{50} < \ln \frac{1}{10.000} \mid \ln \frac{1}{50} < 0 \Rightarrow n > \frac{\ln 10.000}{\ln 50} \approx 2,354$
 $\Rightarrow$ Man muss mindestens 3 Recorders kontrollieren,
 wenn mit über 99,99% WK mindestens einen einwandfreien Recorder zu erhalten.

SS - Lösungsskizzen - 2

5) Nullhypothese: Kunden 2% defekt $\Rightarrow H_0: p \leq 0,02$, $H_1: p > 0,02$
 a) $n=30$, $\alpha=0,05$ vorteilhafter Test, Bestimme ALEO
 Realis. K, d.h. mangelhaft kein X_{gr} mit $P(X \geq X_{gr}) < 0,05$
 $1 - P(X \leq X_{gr} - 1) < 0,05 \Rightarrow P(X \leq X_{gr} - 1) > 0,95$

Da keine Tabellenwerte gegeben sind, Bestimmung:
 X: Anzahl defekter unter 30 geprüften Geräten
 X ist bin. Exakter Fall $B_{30, 0,02}$ - Verteilung
 $P(X=0) = \binom{30}{0} \left(\frac{1}{50}\right)^0 \left(\frac{49}{50}\right)^{30} \approx 0,5455 < 0,95$
 $P(X=1) = \binom{30}{1} \left(\frac{1}{50}\right)^1 \left(\frac{49}{50}\right)^{29} \approx 0,3340 \Rightarrow P(X \leq 1) \approx 0,8795 < 0,95$
 $P(X=2) = \binom{30}{2} \left(\frac{1}{50}\right)^2 \left(\frac{49}{50}\right)^{28} \approx 0,0988 \Rightarrow P(X \leq 2) \approx 0,8793 > 0,95$
 $\Rightarrow X_{gr} - 1 = 2 \Rightarrow X_{gr} = 3 \Rightarrow K = \{3, \dots, 30\}$

2. K $\Rightarrow H_0$ Recor. kein defekt, Teststatistik WK nicht abgelehnt werden
 b) X: Anzahl defekter unter 100 Geräten "ist im Exakter Fall $B_{100, 0,02}$ - Verteilung
 Bestimme mangelhaft kein X_{gr} mit $P(X \geq X_{gr}) < 0,01$
 $\Rightarrow 1 - P(X \leq X_{gr} - 1) < 0,01 \Rightarrow P(X \leq X_{gr} - 1) > 0,99$ Tabelle
 $P(X=5) \approx 0,9845$, $P(X=6) \approx 0,9959 \Rightarrow X_{gr} - 1 = 6 \Rightarrow X_{gr} = 7$
 $\Rightarrow$ Ablehnungsgrenze $K = \{7, \dots, 100\}$

6) A_1 : Recorder in Ordnung, A_2 : Recorder defekt, B: Prüfgerät arbeitet fehlerfrei
 $P(A_1) = 0,98$ $P(A_2) = 0,02$ $P(B) = 0,99$ $P(\bar{B}) = 0,01$
 $P(A_1 \cap B) = 0,98 \cdot 0,99 = 0,9702$ $P(A_1 \cap \bar{B}) = 0,98 \cdot 0,01 = 0,0098$
 $P(A_2 \cap B) = 0,02 \cdot 0,99 = 0,0198$ $P(A_2 \cap \bar{B}) = 0,02 \cdot 0,01 = 0,0002$
 $P(B) = 0,99$ $P(\bar{B}) = 0,01$

a) $P(\text{"ausgemittelt"}) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap \bar{B}) = 0,98 \cdot 0,99 + 0,02 \cdot 0,01 \approx 0,97$
 Mit 97% WK wird ein Recorder als defekt ausgemittelt
 b) $P(\bar{B}) = P(A_1 \cap \bar{B}) + P(A_2 \cap \bar{B}) = P(A_1) \cdot P(\bar{B}) + P(A_2) \cdot P(\bar{B})$
 $= 0,98 \cdot 0,01 + 0,02 \cdot 0,01 = 0,0102$
 Mit 1,02% WK arbeitet das Gerät einwandfrei.