Lösungsskizzen S6

1) $P(\{1\}) = p$; X: „Anzahl Einsen bei n Versuchen" ist $B_{n;p}$-verteilt

$\Rightarrow E(X) = n \cdot p = 8$, $V(X) = n \cdot p \cdot q = 4{,}8$ $\quad \frac{V(X)}{E(X)} = q = \frac{4{,}8}{8} = 0{,}6 \Rightarrow \underline{p = 0{,}4}$

$\underline{n} = \frac{E(X)}{p} = \frac{8}{0{,}4} = \underline{20}$

2) X: „Anzahl Zweien bei 10 Versuchen" ist $B_{10;0{,}6}$-verteilt

a) Augensumme 16 $\Rightarrow X = 6$, $\quad P(X=6) = \binom{10}{6} 0{,}6^6 \cdot 0{,}4^4 \approx \underline{0{,}2508}$

b) höchstens A.summe 14 $\Rightarrow X \le 4$, $P(X \le 4) = \sum_{k=0}^{4} \binom{10}{k} 0{,}6^k \cdot 0{,}4^{10-k} \approx 1 - 0{,}8338 = \underline{0{,}1662}$

c) Augensumme mindestens 15, höchstens 18 $\Rightarrow 5 \le X \le 8$

$P(5 \le X \le 8) = P(X \le 8) - P(X \le 4) \approx (1 - 0{,}0464) - (1 - 0{,}8338) = \underline{0{,}7874}$

exakter Wert: $P(5 \le X \le 8) = \sum_{k=5}^{8} \binom{10}{k} 0{,}6^k \cdot 0{,}4^{10-k}$

3) Formalisierung: E_i: Eins beim i-ten Rad ($P(E_i) = 0{,}4$; unabh. Ereig.)

a) $A = E_1 \cup E_2 \Rightarrow P(A) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1) \cdot P(E_2) = 0{,}8 - 0{,}16 = \underline{0{,}64}$

b) $B = (E_1 \cap \overline{E_2}) \cup (\overline{E_1} \cap E_2)$ (unvereinbar) $\Rightarrow P(B) = 2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 = \underline{0{,}48}$

4) X: „Anzahl Einsen bei 20 Versuchen" ist $B_{20;0{,}4}$-verteilt

a) $P(X > 13) = 1 - P(X \le 13) \approx 1 - 0{,}99935 = \underline{0{,}00065} \mathrel{\hat{=}} 0{,}65\%$

b) Nullhypothese H_0: $p = 0{,}4$ $\qquad P(X \le 3) = 0{,}0160$

Die Irrtums-WK beträgt 1,6%.

c) 1. Möglichkeit: Interpretiere Manipulation als negativ für Spieler, dann Behandlung als einseitigen Test

gesucht möglichst großes k mit $P(X \le k) \le 0{,}1$

$P(X \le 4) = 0{,}0510$, $P(X \le 5) = 0{,}1256 \Rightarrow \underline{k = 4}$

Ablehnungsbereich: $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ (bei Irrtums-WK 10%)

2. Möglichkeit: allgemeine Manipulation: Behandlung als zweiseitiger Test (mit Aufteilung der Irrtums-WK von 10%)

α) Abweichung nach unten: möglichst großes k_1 mit $P(X \le k_1) \le 0{,}05$

$P(X \le 3) = 0{,}0160$, $P(X \le 4) = 0{,}0510 \Rightarrow \underline{k_1 = 3}$

β) Abweichung nach oben: möglichst kleines k_2 mit $P(X \ge k_2) \le 0{,}05$

$P(X \ge k_2) = 1 - P(X \le k_2 - 1) \le 0{,}05 \Rightarrow P(X \le k_2 - 1) \ge 0{,}95$

Lösungsskizzen S6 -2-

4 c β (Fortsetzung)

$P(X \le 11) = 0{,}9435$, $P(X \le 12) \approx 0{,}9790 \Rightarrow k_2 - 1 = 12 \Rightarrow \underline{k_2 = 13}$

Ablehnungsbereich: $\{0, \dots, 3\} \cup \{13, \dots, 20\}$ (bei Irrtums-WK von 10%)

d) X: „Anzahl Einsen bei n Versuchen" ist $B_{n;0{,}4}$-verteilt

ges.: kleinstes n mit $P(X > 1) \ge 0{,}9999$

$P(X > 1) = 1 - P(X \le 1) = 1 - [\binom{n}{0} 0{,}4^0 0{,}6^n + \binom{n}{1} 0{,}4^1 \cdot 0{,}6^{n-1}] \ge 0{,}9999 \Rightarrow$

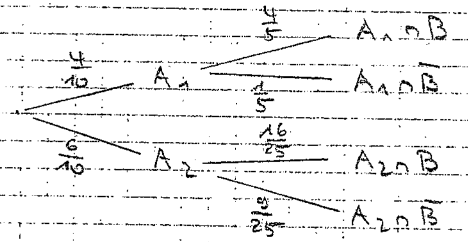
$0{,}6^n + n \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^{n-1} \le 0{,}0001 \Rightarrow 0{,}6^{n-1} \cdot (0{,}6 + 0{,}4 \cdot n) \le 0{,}0001$

(Probieren!) $\left.\begin{array}{l} n=23: 0{,}00012 \le 0{,}0001 \text{ f.} \\ n=24: 0{,}00008 \le 0{,}0001 \text{ w.} \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{n = 24}$

5) Formalisierung: A_i: Glücksrad zeigt Wert i; B: kein Losglück

geg: $P(A_1) = 0{,}4$, $P(A_2) = 0{,}6$, $P_{A_1}(B) = \frac{160}{200} = \frac{4}{5}$, $P_{A_2}(B) = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{25}$

a)



b) $P(B) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(B) + P(A_2) \cdot P_{A_2}(B) = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{5} + \frac{6}{10} \cdot \frac{16}{25} = \underline{\frac{88}{125}}$

c) $P_B(A_2) = \frac{P(A_2) \cdot P_{A_2}(B)}{P(B)} = \frac{\frac{6}{10} \cdot \frac{16}{25}}{\frac{88}{125}} = \frac{\frac{48}{125}}{\frac{88}{125}} = \underline{\frac{6}{11}}$

d) Neue Formalisierung der 2. Stufe

B_i: Losglück beim i-ten Versuch ($i = 1, 2$)

X: Anzahl gewonnener Kinokarten

$W_X = \{0, 1, 2\}$

$(X=0) = (A_1 \cap \overline{B_1}) \cup (A_2 \cap \overline{B_1} \cap \overline{B_2})$

$P(X=0) = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{5} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{88}{125}$ (vgl. b)