

5d) (Fortsetzung)

$$(X=1) = (A_1 \cap B_1) \cup (A_2 \cap B_1 \cap \bar{B}_2) \cup (A_2 \cap \bar{B}_1 \cap B_2)$$

$$P(X=1) = \frac{4}{10} \cdot \frac{1}{5} + \frac{6}{10} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot 2 = \frac{2}{25} + \frac{24}{125} = \frac{34}{125}$$

$$(X=2) = A_2 \cap B_1 \cap B_2, \quad P(X=2) = \frac{6}{10} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{125}$$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{88}{125}$	$\frac{34}{125}$	$\frac{3}{125}$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \frac{88}{125} & \text{für } 0 \leq x < 1 \\ \frac{122}{125} & \text{für } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{für } 2 \leq x \end{cases}$$

$$E(X) = \sum_{i=0}^2 i \cdot P(X=i) \\ = \frac{34}{125} + \frac{6}{125} = \frac{8}{25}$$

$$E(X^2) = 1 \cdot \frac{34}{125} + 4 \cdot \frac{3}{125} = \frac{46}{125}$$

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{46}{125} - \frac{64}{625} = \frac{160}{625}$$

e) Y : Gewinn bei der Verlosung, X : Anzahl gewonnene Karten (vgl. d)
 a : Preis einer Kinokarte [DM], Einsatz 2 Euro.

$$\Rightarrow Y = a \cdot X - 2$$

Das Spiel ist fair, falls $E(Y) = 0$

$$E(Y) = a \cdot E(X) - 2 = a \cdot \frac{8}{25} - 2 \stackrel{!}{=} 0 \quad | +2$$

$$a \cdot \frac{8}{25} - 2 \quad | \cdot \frac{25}{8}$$

$$a = \frac{25}{4} = 6,25$$

Eine Kinokarte muß einen Wert von 6,25 Euro haben, damit das Spiel fair ist.