

1) Formalisierung A_1, A_2 : gelbe/weiße Bälle, B: Auszahlung

geg: $P(A_1), P(A_2), P(B)$ $\rightarrow P(A_1) = \frac{P(A_1 \cap B) + P(A_1 \cap \bar{B})}{P(B)}$
 $P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + P(A_3 \cap B) = P(A_1) \cdot P(B) + P(A_2) \cdot P(B) + P(A_3) \cdot P(B)$
 $P(A_1) = \frac{0,026 - 0,2 \cdot 0,05}{0,8} = 0,02 \hat{=} 2\%$

2) Formalisierung F, G : Form-/Gewichtskiller

geg: $P(F \cap G) = 2\%$, $P(\bar{F}) = 0,97$, $P(G \cup F) = 0,25$
 $\Rightarrow P(\bar{F} \cap \bar{G}) = 0,95$
 $\Rightarrow P(F \cap G) = 0,02$
 $\Rightarrow P(F \cap \bar{G}) = 0,02$
 $\Rightarrow P(\bar{F} \cap G) = 0,93$
 $\Rightarrow P(\bar{F} \cap \bar{G}) = 0,95$
 $\Rightarrow P(F \cap G) = 0,02$
 $\Rightarrow P(F \cap \bar{G}) = 0,02$
 $\Rightarrow P(\bar{F} \cap G) = 0,93$
 $\Rightarrow P(\bar{F} \cap \bar{G}) = 0,95$

3) Formalisierung M : Produktion von Maschinen

geg: $P(B)$, $P(C)$ $\rightarrow P(M) = P(M_1) \cdot P(M_2) \cdot P(M_3)$
 $\Rightarrow X: 0,12 + (1-x) \cdot 0,04 = 0,05$
 $0,12x - 0,04x + 0,04 = 0,05 \Rightarrow 0,08x = 0,01 \Rightarrow x = 0,125$
 $P(M_1) = 0,125 \hat{=} 12,5\%$
 $P(M_2) = 0,875 \hat{=} 87,5\%$
 $P(M_3) = 0,05$
 $P(M) = 0,05$

4) X: Anzahl der Bälle, die unter drei geprüften in Ordnung sind

X ist B_1, B_2, B_3 verteilt
 $P(X=1) = P(X=0) + P(X=1) = \binom{3}{0} 0,95^0 \cdot 0,05^3 + \binom{3}{1} 0,95^1 \cdot 0,05^2 = 0,00075$
 $(X=1) = (B_1 \cap \bar{B}_2 \cap \bar{B}_3) \cup (\bar{B}_1 \cap B_2 \cap \bar{B}_3) \cup (\bar{B}_1 \cap \bar{B}_2 \cap B_3)$
 X : Anzahl gelbe Bälle bei einem Griff $\Rightarrow P(X=1) = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{2}{0} + \binom{3}{0} \cdot \binom{2}{1} + \binom{3}{1} \cdot \binom{1}{1}}{\binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3}} = \frac{2}{4} = 0,5$
 $P(X=1) = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{2}{0} + \binom{3}{0} \cdot \binom{2}{1} + \binom{3}{1} \cdot \binom{1}{1}}{\binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3}} = \frac{2}{4} = 0,5$

$\Rightarrow \frac{1 \cdot 126 + 3 \cdot 84}{495} = \frac{378}{495} = 0,7636$
 $\hat{=} 76,36\%$

5) X: Anzahl fehlerhaft gelbe Bälle, Y: Anzahl fehlerhaft weiße Bälle

$\bar{Z} = (X \leq 1) \cup (Y > 1) \cap (X \leq 1)$
 $P(\bar{Z}) = 0,816 + 0,1184 \cdot 0,886 \hat{=} 0,98598 \Rightarrow P(Z) = 0,014$
 $\hat{=} 1,4\%$

57

Lösungsskizzen -2-

7) $H_0: p \leq 0,05, H_1: p > 0,05$ (rechtsseitiger Test) $n=50$

X: "Anzahl defekter unter 50 untersuchten Bälle"

X ist ein Extremwert $B_{50,0,05}$ -Verteilung

a) $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - 0,9968 = 0,0032 \hat{=} 0,32\%$

Seine Verlust-WK bei einer Reklamations beträgt 0,38%

b) Bestimme minimalen k_2 mit $P(X \geq k_2) \leq 0,05$

$\Rightarrow 1 - P(X \leq k_2 - 1) \leq 0,05$

$P(X \leq k_2 - 1) \geq 0,95$

Tabelle: $P(X \leq 4) = 0,9964$
 $P(X \leq 5) = 0,9622$
 $\Rightarrow k_2 - 1 = 5 \Rightarrow k_2 = 6$

$\Rightarrow k = \{6, 7, \dots, 50\}$ ist die Ablehnungsgleichung

einer Verlust-WK gegen 5%

8) X: Gewinn in Euro $N(\mu, \sigma^2) = (-94, 10,6)$

$\mu = -94, \sigma^2 = 10,6$

$P(X \leq -94) = \frac{5}{100} = 0,05$

$E(X) = -94 \cdot \frac{5}{100} + 0,6 \cdot \frac{95}{100} = -93,69$

Bei 100 ausgegebenen Bällen ist damit der

Gewinn 55 Euro

Wenn die Bälle müssen mindestens nicht zurück

gegeben werden, dass der Gewinn mindestens 52 Euro ist

$X \cdot 0,6 - (100 - X) \cdot 0,4 \geq 52$

$0,6X - 40 + 0,4X \geq 52 \Rightarrow X \geq 92$

Es müssen mindestens 92 Bälle nicht zurück

gegeben werden

X: "Anzahl nicht-zurückgegebenen Bälle" ist $B_{100,0,05}$ -vert

$P(X \geq 92) = 1 - P(X \leq 91) = 1 - (1 - 0,9369) = 0,9369 \hat{=} 93,69\%$

mit 93,69% WK beträgt der Gewinn mindestens 52 Euro